SOLUCIONARIO PARA CICLO BASICO – AÑO DE EDUCACION BASICA – ETAPA CLASIFICATORIA

## Problema #1

Un cuadrado se corta en 4 tiras rectangulares iguales. Se colocan las tiras en fila formando un rectángulo como el de la figura, que tiene de perímetro. Determinar el área del cuadrado que se recortó.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |

**Solución:**

Sea el lado del cuadrado que se recortó es obvio que el largo de una de las tiras es y el ancho es de donde resulta evidente decir que el perímetro del rectángulo formado al unir las cuatro tiras es:

Entonces:

Con lo cual se concluye que el área solicitada es .

## Problema #2

En la biblioteca de las matemáticas hay entre y libros. Un quinto son libros de Teoría de Números, un séptimo son libros de Combinatoria, un cuarto son libros de Geometría y el resto son libros de Álgebra. Determinar la cantidad de libros de Álgebra que existen en la biblioteca de las matemáticas.

**Solución:**

En vista que la cantidad de libros de algún tópico necesariamente debe ser un entero positivo, podemos decir que siendo la cantidad de libros que hay en la biblioteca de las matemáticas, es divisible para y , dado de que estos números son coprimos (no tienen divisores en común) se puede afirmar que divide a .

El único múltiplo de que está entre y es , entonces y además.

* Hay 56 libros de Teoría de Números.
* Hay 40 libros de Combinatoria.
* Hay 70 libros de Geometría.

Y de aquí es fácil ver que hay libros de Álgebra.

## Problema #3

Sea un hexágono equilátero cuyos lados miden Además sus ángulos internos cumplen que y . Calcular el área del cuadrilátero .

**Solución:**

Notemos que los triángulos y son triángulos rectángulos isósceles, por lo cual

y

Por otro lado se sabe que los ángulos internos de un hexágono deben sumar .

Entonces la suma de los ángulos internos daría una ecuación como la siguiente

Entonces , con lo cual podemos decir que el cuadrilátero es un rectángulo base y de altura , por lo cual su área es

## Problema #4

Fernando escribe en la pizarra una fila de números, luego le pide a Julio que escriba entre ellos varios signos , de tal manera que la suma que quede escrita de como resultado . Determinar todas las posibles cantidades de números que pudo haber escrito Fernando para que Julio pueda realizar su tarea.

**Solución:**

Sea , la ecuación que queda escrita luego de que Julio añade los signos , entonces es obvio que donde .

Sea la cantidad de números “8” escritos en la pizarra.

Caso 1: Todos los sumandos formados luego de poner los signos son de un dígito.

En este caso es obvio que la única solución es donde , entonces .

Caso 2: Existe por lo menos un sumando de dos dígitos pero ninguno de tres dígitos luego de poner los signos.

Caso 2.1: Existe solo un sumandos de dos dígitos luego de poner los signos.

S.P.G. podemos decir que entonces .

Caso 2.2: Existe solo 2 sumandos de dos dígitos luego de poner los signos.

S.P.G. podemos decir que entonces .

Caso 2.3: Existe solo 3 sumandos de dos dígitos luego de poner los signos.

S.P.G. podemos decir que entonces .

Caso 2.4: Existe solo 4 sumandos de dos dígitos luego de poner los signos.

S.P.G. podemos decir que entonces .

Caso 2.5: Existe solo 5 sumandos de dos dígitos luego de poner los signos.

S.P.G. podemos decir que entonces .

Caso 2.6: Existe solo 6 sumandos de dos dígitos luego de poner los signos.

S.P.G. podemos decir que entonces .

Caso 2.7: Existe solo 7 sumandos de dos dígitos luego de poner los signos.

S.P.G. podemos decir que entonces .

Caso 2.8: Existe solo 8 sumandos de dos dígitos luego de poner los signos.

S.P.G. podemos decir que entonces .

Caso 2.9: Existe solo 9 sumandos de dos dígitos luego de poner los signos.

S.P.G. podemos decir que entonces .

Caso 2.10: Existe solo 10 sumandos de dos dígitos luego de poner los signos.

S.P.G. podemos decir que entonces .

Caso 2.11: Existe solo 11 sumandos de dos dígitos luego de poner los signos.

S.P.G. podemos decir que entonces .

Ya no hay más casos de sumando de dos dígitos, ya que si hubieran sumandos de dos dígitos, su suma sería mayor a .

Caso 3:Existe un sumando que es de dígitos

Caso 3.1: Existe un sumando que es de dígitos y un sumando de dígitos.

S.P.G. podemos decir que .

Caso 3.2: Existe un sumando que es de dígitos y todos los otros sumandos de un dígito.

S.P.G. podemos decir que .

Con esto se concluye que las únicas posibles cantidades de “” que hacen posible la tarea de Julio son

## Problema #5

Un número entero positivo es llamado “*guayaco*” si es menor que la suma de sus tres divisores más grandes (sin incluir a ). Demuestre que todo número guayaco es divisible para 6.

**Solución:**

Supongamos que existe algún número guayaco que no es divisible para 6 y sean sus tres divisores más grandes sin incluir a , entonces debería cumplirse que:

Ahora existen algunas posibilidades

no es divisible ni para 2 ni para 3, entonces , lo cual es absurdo.

no es divisible para pero si para , entonces , lo cual es un absurdo.

no es divisible para pero si para , entonces , lo cual es un absurdo.

Por tanto lo que se supuso es falso, y queda demostrado con lo cual se concluye el problema.

## Problema #6

Encontrar todos los enteros positivos tales que es un cuadrado perfecto.

**Solución:**

Sea un entero positivo talque . Realizaremos un análisis de la ecuación en cuanto a los posibles restos de estos números en la división para 4.

* de donde resulta obvio que si es par entonces deja resto en la división para , y si es impar deja resto en la división para .
* obviamente deja resto en la división para 4.
* por ser un cuadrado perfecto solo puede dejar resto ó en la división para .

Teniendo en cuenta lo anterior podemos decir que necesariamente es par, por lo cual debe existir un entero positivo tal que . Entonces:

Y en vista que las únicas posibles representaciones de 147 como multiplicación de dos factores son

Se concluye que , con lo cual la única respuesta es .